CHỌN LỌC BÀI TOÁN XÁC SUẤT TRONG CÁC ĐỀ THI THỬ NĂM 2016

Xác suất và các nguyên tắc tính xác suất

① Loại 1. Sử dụng định nghĩa xác suất

—Bước 1. Tính số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$ là tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử (giải quyết bài toán đếm trước chữ "Tính xác suất").

—Bước 2. Tính số phần tử của biến cố A đang xét là kết quả của phép thử làm xảy ra A (giải quyết bài toán sau chữ "Tính xác suất") là $n(A)$.

—Bước 3. Áp dụng công thức: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}\cdot$

② Loại 2. Áp dụng các nguyên tắc tính xác suất

—Bước 1. Gọi A là biến cố cần tính xác suất và $A_i,\ (i=\overline{1,n})$ là các biến cố liên quan đến A sao cho:

Biến cố A biểu diễn được theo các biến cố $A_i, (A_1,\ A_2,\ ...,\ A_n)$.

Hoặc xác suất của các biến cố A_i tính toán dễ dàng hơn so với A.

—Bước 2. Biểu diễn biến cố A theo các biến cố A_i.

—Bước 3. Xác định mối liên hệ giữa các biến cố và áp dụng các nguyên tắc:

Nếu $A_1,\ A_2$ xung khắc $(A_1\cap A_2=\varnothing)\Rightarrow P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$.

Nếu $A_1,\ A_2$ bất kỳ $\Rightarrow P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)-P(A_1.A_2)$.

Nếu $A_1,\ A_2$ độc lập $\Rightarrow P(A_1.A_2)=P(A_1).P(A_2)$.

Nếu $A_1,\ A_2$ đối nhau $\Rightarrow P(A_1)=1-P(A_2)$.

Lưu ý. Dấu hiệu chia hết

Gọi $N=\overline{a_na_{n-1}...a_1a_0}$ là số tự nhiên có $n+1$ chữ số $(a_n\neq 0)$. Khi đó:

- Dấu hiệu chia hết cho $2,\ 5,\ 4,\ 25,\ 8$ và 125 của số tự nhiên N:
  - + $N\ \vdots\ 2\Leftrightarrow a_0\ \vdots\ 2\Leftrightarrow a_0=\{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8\}$.
  - + $N\ \vdots\ 5\Leftrightarrow a_0\ \vdots\ 5\Leftrightarrow a_0=\{0;\ 5\}$.
  - + $N\ \vdots\ 4\ (hay\ 25)\Leftrightarrow \overline{a_1a_0}\ \vdots\ 4\ (hay\ 25)$.
  - + $N\ \vdots\ 8\ (hay\ 125)\Leftrightarrow \overline{a_2a_1a_0}\ \vdots\ 8\ (hay\ 125)$.
- Dấu hiện chia hết cho 3 và 9: $N\ \vdots\ 3\ (hay\ 9)\Leftrightarrow (a_1+..+a_n)\ \vdots\ 3\ (hay\ 9)$.

CÁC BÀI TOÁN

Bài 1 . Trường PTTH Hà Huy tập có mua về 6 chậu bonsai khác nhau , trong đó có hai chậu bonsai là tùng và mai chiếu thủy . Xếp ngẫu nhiên 6 chậu bonsai đó thành một hàng dọc . Tính xác suất sao cho hai chậu tùng và mai chiếu thủy ở cạnh nhau.

THPT Hà Huy Tập lần 1

Lời giải tham khảo

Gọi A là biến cố: 'Xếp 6 chậu bonsai mà chậu tùng và mai chiếu thủy ở cạnh nhau' .

Khi đó : $n(A) = 5.2!.4! = 240$

Số phần tử của không gian mẫu : $n_{\Omega} = 6! = 720$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{720} = \frac{1}{3}$

Bài 2 . Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại..

THPT Hà Huy Tập lần 2

Lời giải tham khảo

Số cách chọn 3 hộp sữa từ 12 hộp $C_{12}^3 = 220$

Số cách chọn 3 hộp có cả 3 loại $C_5^1C_4^1C_3^1 = 60$

Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại là : 60/220 = 3/11

Bài 3 . Mạnh và Lâm cùng tham gia kì thi THPT Quốc Gia năm 2016, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Anh bắt buộc thì Mạnh và Lâm đều đăng kí thêm hai môn tự chọn khác trong ba môn: Vật Lí, Hóa Học, Sinh Học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển vào Đại học, Cao đẳng. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 6 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để Mạnh và Lâm chỉ có chung đúng một môn tự chọn và một mã đề thi.

Lần 1 THPT Anh Sơn II

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu Ω là các cách chọn môn tự chọn và số mã đề thi có thể nhận được của Mạnh và Lâm.Mạnh có C_3^2 cách chọn hai môn tự chọn, có $C_6^1.C_6^1$ mã đề thi có thể nhận cho hai môn tự

chọn của Mạnh.Lâm có C_3^2 cách chọn hai môn tự chọn, có $C_6^1.C_6^1$ mã đề thi có thể nhận cho hai môn tự chọn của Lâm.Do đó $n(\Omega)=(C_3^2.C_6^1.C_6^1)^2=11664$.

Gọi A là biến cố để Mạnh và Lâm chỉ có chung đúng một môn thi tự chọn và một mã đề thi. Các cặp gồm hai môn tự chọn mà mỗi cặp có chung đúng một môn thi là 3 cặp , gồm :

Cặp thứ nhất là (Vật lí, Hóa học) và (Vật lí, Sinh học)

Cặp thứ hai là (Hóa học, Vật lí) và (Hóa học, Sinh học)

Cặp thứ ba là (Sinh học, Vật lí) và (Sinh học, Hóa học)

Suy ra số cách chọn môn thi tự chọn của Mạnh và Lâm là $C_3^1.2!=6$

Trong mỗi cặp để mã đề của Mạnh và Lâm giống nhau khi Mạnh và Lâm cùng mã đề của môn chung, với mỗi cặp có cách nhận mã đề của của Mạnh và Lâm là $C_6^1.C_6^1.1.C_6^1=216$.

Suy ra $n(\Omega)=216.6=1296$. Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1296}{11664}=\frac{1}{9}$.

Bài 4 . Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất . Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

THPT Đoàn Thị Điểm

Lời giải tham khảo

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất . Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm . Tính xác suất để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt . Có 6 khả năng xảy ra khi tung súc sắc nên số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=6$

Gọi A là biến cố: phương trình $x^2+bx+2=0$ (*) có hai nghiệm phân biệt (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow b^2-8>0 \Leftrightarrow b\in\{3;4;5;6\} \Rightarrow n(A)=4$. Xác suất cần tìm $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2}{3}$

Bài 5 . Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 5 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 5 tấm thẻ được chọn ra có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 2 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 4.

THPT Đoàn Thị Điểm

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{20}^5=15504$.Trong 20 tấm thẻ, có 10 tấm thẻ mang số lẻ, có 5 tấm thẻ mang số chẵn và chia hết cho 4, 5 tấm thẻ mang số chẵn và không chia hết cho 4.

Gọi A là biến cố cần tính xác suất. Ta có: $n(A)=C_{10}^{3}.C_{5}^{1}.C_{5}^{1}=3000$. Vậy, xác suất cần tính là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{3000}{15504}=\dfrac{125}{646}$.

Bài 6 . Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niutơn $\left(2\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^{7}, x>0$.

Lần 1 THPT Đoan Thượng

Lời giải tham khảo

$\left(2\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^{7}=\left(2x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{4}}\right)^{7}=\sum_{k=0}^{7}C_7^k(2x^{\frac{1}{3}})^{7-k}.(x^{-\frac{1}{4}})^k=\sum_{k=0}^{7}C_7^k.2^{7-k}.x^{\frac{7-k}{3}-\frac{k}{4}}$. Ta có : $\dfrac{7-k}{3}-\dfrac{k}{4}=0\Leftrightarrow k=4$ $\Rightarrow$ số hạng không chứa x là : $C_7^4.2^{7-4}=280$

Bài 7 . Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật . Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Lần 1 THPT Đông Du

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{11}^{3}$. Gọi A là biến cố ba học sinh được chọn có cả nam và nữ

$n(A)=C_5^1.C_6^2+C_5^2.C_6^1 \Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{9}{11}$

Bài 8 . Một người gọi điện thoại, quên hai chữ số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.

Lần 2 THPT Đông Du

Lời giải tham khảo

Hai chữ số cuối phân biệt nên gọi Ω là tập hợp tất cả các cách chọn 2 số phân biệt trong 10 chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, ta có được $|\Omega|=A_{10}^{2}=90$

Gọi A là biến cố "Gọi 1 lần đúng số cần gọi", ta có $|\Omega_A|=1$. Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{1}{90}$

Bài 9 . Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển biểu thức $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^4 = 13C_n^{n-2}$.

Lần 2 THPT Đồng Đậu

Lời giải tham khảo

Điều kiện $\begin{cases} n \geq 3 \\ n \in N \end{cases}$. Ta có : $C_n^4 = 13C_n^{n-2} \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} = 13.\frac{n!}{(n-2)!2!}$

$\Leftrightarrow n^2 - 5n - 150 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 15(t/m) \\ n = -10(l) \end{array}\right.$

Với n = 15 ta có $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \left(x^3\right)^{15-k}.\left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (-1)^k .x^{45-5k}$. Để trong khai triển đã cho có số hạng chứa x^{10} thì $45 - 5k = 10 \Rightarrow k = 7(t/m)$. Vậy hệ số của x^{10} trong khai triển đã cho là $C_{15}^7.(-1)^7 = -6435$.

Bài 10. Trong cuộc thi "Rung chuông vàng" có 20 bạn lọt vào vòng chung kết, trong đó có 5 bạn nữ và 15 bạn nam. Để sắp xếp vị trí chơi, ban tổ chức chia các bạn thành 4 nhóm A, B, C, D, mỗi nhóm có 5 bạn. Việc chia nhóm được thực hiên bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để 5 bạn nữ thuộc cùng một nhóm.

Lần 2 THPT Đồng Đậu

Lời giải tham khảo

Chia 20 học sinh thành 4 nhóm nên số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^5.C_{15}^5.C_{10}^5.C_5^5$

Gọi A là biến cố " Chia 20 học sinh thành 4 nhóm sao cho 5 bạn nữ thuộc cùng một nhóm"

Xét 5 bạn nữ thuộc một nhóm có $C_{15}^5.C_{10}^5.C_5^5$ cách chia 15 nam vào 3 nhóm còn lại

Vì 5 bạn nữ có thể thuộc nhóm A,B,C hay D nên ta có $|\Omega_A| = 4.C_{15}^5.C_{10}^5.C_5^5$. Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{4.C_{15}^5.C_{10}^5.C_5^5}{C_{20}^5.C_{15}^5.C_{10}^5.C_5^5} = \frac{1}{3876}$.

Bài 11. Từ tập $E = \{1;2;3;4;5;6;7\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số phân biệt trong đó luôn có chữ số 7 và chữ số hàng nghìn luôn là chữ số 1.

THGDTX Cam Lâm

Lời giải tham khảo

Từ tập E = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7} có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số phân biệt trong đó luôn có chữ số 7 và chữ số hàng nghìn luôn là chữ số 1.

Gọi số có 5 chữ số phân biệt: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$; trong đó $a_i \in E; i = \overline{1,5}$

Gán $a_2 = 1 \Rightarrow a_2$ có một cách chọn

Chọn 1 trong 4 vị trí còn lại của các chữ số để đặt số 7 $\Rightarrow$ có 4 cách chọn vị trí cho số 7.

Ba vị trí còn lại nhận giá trị là 3 số lấy từ E\{1;7}$\Rightarrow$ có A_5^3 cách xếp 3 số vào 3 vị trí còn lại

Suy ra, số các số gồm 5 chữ số phân biệt lấy từ tập E, trong đó có chữ số 7 và chữ số hàng ngàn là chữ số 1 là: $1.4.A_5^3 = 240$ (số) . Kết luận: Có 240 số thỏa mãn yêu cầu bài toán

Bài 12. Từ các chữ số: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9, hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên mỗi số có 4 chữ số khác nhau, và trong đó có bao nhiêu số mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước.

Đề 1 THGDTX Nha Trang

Lời giải tham khảo

Số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau có dạng: $\overline{abcd}$; $a \neq 0$

a có 9 cách chọn, còn $\overline{bcd}$ có $A_9^3 = 504$. Vậy có : 9.504=4536 số

Cứ mỗi bộ 4 chữ số khác nhau bất kỳ có đúng 1 bộ sắp xếp theo thứ tự các chữ số tăng dần, vậy có $C_9^4 = 126$ số tự nhiên theo yêu cầu bài ra

Bài 13. Một đội công nhân có 16 người gồm 7 nam và 9 nữ. Cần chọn ra 6 người đi làm một công việc. Tính xác suất để 6 người được chọn có ít nhất 1 người là nữ.

Đề 2 THGDTX Nha Trang

Lời giải tham khảo

Có tất cả 16 người, chọn ra 6 người, số cách chọn là: $n(\Omega) = C_{16}^6$.

Gọi A là biến cố: ''6 người được chọn có ít nhất 1 người là nữ.''

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố: ''cả 6 người được chọn đều là nam''.

$\Rightarrow n(\overline{A}) = C_7^6 = 7 \Rightarrow P(\overline{A}) = \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{7}{C_{16}^6} = \dfrac{1}{1144} \Rightarrow P(A) = 1 - \dfrac{1}{1144} = \dfrac{1143}{1144}$

Bài 14. Tìm số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức Niu – tơn của : $f(x) = \left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^{15}$ $,\forall x \neq 0$

Lần 1 THPT Số 3 Bảo Thắng

Lời giải tham khảo

$f(x) = \left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k . x^{30-3k}, \left(0 \le k \le 15, k \in N\right)$. Hệ số chứa x^6 ứng với k thỏa mãn $\begin{cases} 0 \le k \le 15 \\ k \in N \\ 30 - 3k = 6 \end{cases} \Leftrightarrow k = 8$. Vậy số hạng chứa x^6 trong khai triển là : $C_{15}^8 . x^6 = 6435 . x^6$

Bài 15.Đội tuyển văn nghệ của trường THPT Bình Minh có 3 học sinh khối nữ khối 12 , 4 học sinh nam khối 11 và 2 học sinh nữ khối 10 . Để thành lập đội tuyển văn nghệ dự thi cấp tỉnh nhà trường cần chọn 5 học sinh từ 9 học sinh trên . Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có cả học sinh nam , học sinh nữ và có cả học sinh ở ba khối .

THPT Bình Minh

Lời giải tham khảo

Số cách chọn 5 hoc sinh từ 9 học sinh là C_9^5

Để chọn 5 hs thỏa mãn , ta xét các trường hợp sau

1 nữ 12 , 2 nam 11, 2 nữ 10 có $C_3^1 C_4^2 C_2^2$ cách

2 nữ 12, 2 nam 11, 1 nữ 10 có $C_3^2 C_4^2 C_2^1$ cách

2 nữ 12, 1 nam 11, 2 nữ 10 có $C_3^2 C_4^1 C_2^2$ cách

3 nữ 11 , 1 nam 11, 1 nữ 10 có $C_3^3 C_4^1 C_2^1$ cách

1 nữ 12 , 3 nam 11 , 1 nữ 10 có $C_3^1 C_4^3 C_2^1$ cách

Vậy xác suất cần tìm là $\Rightarrow P = \dfrac{7}{9}$

Bài 16.Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển

$P(x)=\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^{20}, x\neq 0.$

Lần 2 THPT Bố Hạ

Lời giải tham khảo

ĐK: $n\in N, n\geq 2$. $A_n^2-3C_n^2=15-5n \Leftrightarrow n(n-1)-\frac{3.n!}{2!(n-1)!}=15-5n \Leftrightarrow n^2-11n+30=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5 \\ n=6 \end{array}\right.$

$P(x)=\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^{20}=\sum_{k=0}^{20} C_{20}^k(-1)^k 2^{20-k}x^{20-3k}$

Số hạng tổng quát của khai triển trên là $C_{20}^k(-1)^k 2^{20-k}x^{20-3k}$. Hệ số của x^8 trong khai triển trên ứng với $20-3k=8 \Leftrightarrow k=4$. Vậy hệ số của x^8 trong khai triển P(x) là $C_{20}^4(-1)^4 2^{16}$

Bài 17. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$, biết rằng $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1}=4n+6$.

Đề 1THPT Cam Ranh

Lời giải tham khảo

Điều kiện: $n\geq 2; n\in N$. $\mathbf{(1)} \Leftrightarrow \mathbf{n(n-1)-\frac{(n+1)!}{2!(n-1)!}=4n+6} \Leftrightarrow \mathbf{n(n-1)-\frac{n(n+1)}{2}=4n+6}$

$\Leftrightarrow n^2-11n-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \mathbf{n=-1} \\ \mathbf{n=2} \end{array}\right.$ do $n\geq 2$ nên n=12.

Với $n=12$ ta có nhị thức Niutơn: $\left(\mathbf{2x+\frac{1}{\sqrt{x}}}\right)^{12}$.Số hạng thứ k +1 trong khai triển là :

$T_{k+1}=\mathbf{C_{12}^k(2x)^{12-k}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^k=C_{12}^k(2x)^{12-k}.x^{-\frac{k}{2}}=C_{12}^k.2^{12-k}.x^{\frac{24-3k}{2}}}$;

Số hạng này không chứa x khi $\begin{cases} \mathbf{k\in N,\ 0<k<12} \\ \mathbf{24-3k=0} \end{cases} \Leftrightarrow \mathbf{k=8}$.

Vậy số hạng thứ 9 không chứa x là $T_9=C_{12}^8 2^4=7920$

Bài 18. Một tổ có 12 học sinh. Thầy giáo có 3 đề kiểm tra khác nhau. Cần chọn 4 học sinh cho mỗi loại đề kiểm tra. Hỏi có mấy cách chọn?

Đề 2THPT Cam Ranh

Lời giải tham khảo

Đầu tiên, chọn 4 trong 12 học sinh cho đề một, có cách. C_{12}^4

Tiếp đến, chọn 4 trong 8 học sinh còn lại cho đề hai, có cách. C_8^4

Các học sinh còn lại làm đề ba.

Vậy, có : $C_{12}^8.C_8^4 = \frac{12!}{8!4!}.\frac{8!}{4!4!} = \frac{12.11.10.9}{2.3.4}.\frac{8.7.6.5}{2.3.4} = (11.5.9).(7.2.5) = 34650$ cách.

Bài 19. Một đội văn nghệ gồm có 20 người trong đó có 12 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 người để hát đồng ca. Tính xác suất để 8 người được chọn có cả nam và nữ và số nữ nhiều hơn số nam.

Lần 1 THPT Đa Phúc

Lời giải tham khảo

+) Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 8 người từ 20 người, mỗi kết quả của phép thử ứng với một cách chọn được 8 người từ 20 người => Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{20}^8 = 125970$.

+) Gọi biến cố A: "8 người được chọn có cả nam và nữ và số nữ nhiều hơn số nam"

Ta có $n(A) = C_8^5.C_{12}^3 + C_8^6.C_{12}^2 + C_8^7.C_{12}^1 = 14264 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14264}{125970} = \frac{7132}{62985}$.

Bài 20. Trong một đợt kiểm tra về vệ sinh an toàn thực phẩm của ngành y tế tại chợ X. Ban quản lý chợ lấy ra 15 mẫu thịt lợn trong đó có 4 mẫu ở quầy A, 5 mẫu ở quầy B và 6 mẫu ở quầy C. Mỗi mẫu thịt này có khối lượng như nhau và để trong các hộp kín có kích thước giống hệt nhau. Đoàn kiểm tra lấy ra ngẫu nhiên ba hộp để phân tích, kiểm tra xem trong thịt lợn có chứa hóa chất "Super tạo nạc" (Clenbuterol) hay không. Tính xác suất để 3 hộp lấy ra có đủ ba loại thịt ở các quầy A, B, C.

Lần 2 THPT Đa Phúc

Lời giải tham khảo

Trong một đợt kiểm tra về vệ sinh an toàn thực phẩm của ngành y tế tại chợ X. Ban quản lý chợ lấy ra 15 mẫu thịt lợn trong đó có 4 mẫu ở quầy A, 5 mẫu ở quầy B và 6 mẫu ở quầy C. Mỗi mẫu thịt này có khối lượng như nhau và để trong các hộp kín có kích thước giống hệt nhau. Đoàn kiểm tra lấy ra ngẫu nhiên ba hộp để phân tích, kiểm tra xem trong thịt lợn có chứa hóa chất "Super tạo nạc" (Clenbuterol) hay không. Tính xác suất để 3 hộp lấy ra có đủ ba loại thịt ở các quầy A, B, C.

Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các tập con gồm 3 phần tử của tập hợp các hộp đựng thịt gồm có $4+5+6=15$ phần tử, do đó: $n\left(\Omega\right)=C_{15}^{3}=\dfrac{15!}{12!.3!}=455.$

Gọi D là biến cố "Chọn được một mẫu thịt ở quầy A, một mẫu thịt ở quầy B, một mẫu thịt ở quầy C".

Tính $n\left(D\right)$

Có 4 khả năng chọn được một hộp thịt ở quầy A.

Có 5 khả năng chọn được một hộp thịt ở quầy B.

Có 6 khả năng chọn được một hộp thịt ở quầy C.

Suy ra, có $4.5.6=120$ khả năng chọn được 3 hộp đủ loại thịt ở các quầy A, B, C $\Rightarrow n\left(D\right)=120.$

Do đó: $P(D)=\dfrac{120}{455}=\dfrac{24}{91}.$

Bài 21. Một ngân hàng đề thi gồm 20 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi trên. Thí sinh A đã học thuộc 10 câu trong ngân hàng đề thi. Tìm xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc

Lần 1 THPT Phước Bình

Lời giải tham khảo

Lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi 4 câu hỏi để lập một đề thi có $C_{20}^{4}=4845$ đề thi.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 2 câu đã thuộc, có $C_{10}^{2}.C_{10}^{2}=2025$ trường hợp.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 3 câu đã thuộc, có $C_{10}^{3}.C_{10}^{1}=1200$ trường hợp.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 4 câu đã thuộc, có $C_{10}^{4}=210$ trường hợp.

Do đó, thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc, có $2025+1200+210=3435$ trường hợp

Vậy xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc là $\dfrac{3435}{4845}=\dfrac{229}{323}.$

Bài 22. Đội dự tuyển học sinh giỏi giải toán trên máy tính cầm tay môn toán của một trường phổ thông có 4 học sinh nam khối 12, 2 học sinh nữ khối 12 và 2 học sinh nam khối 11. Để thành lập đội tuyển dự thi học sinh giỏi giải toán trên máy tính cầm tay môn toán cấp tỉnh nhà trường cần chọn 5 em từ 8 em học sinh trên. Tính xác suất để trong 5 em được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ, có cả học sinh khối 11 và học sinh khối 12.

Lần 2 THPT Phước Bình

Lời giải tham khảo

- Số cách chọn 5 em học sinh từ 8 học sinh trên là $C_8^5 = 56$ cách

- Để chọn 5 em thỏa mãn bài ra, ta xét các trường hợp sau

+) 1 nam khối 11, 1 nữ khối 12 và 3 nam khối 12 có: $C_2^1C_2^1C_4^3$ cách

+) 1 nam khối 11, 2 nữ khối 12 và 2 nam khối 12 có: $C_2^1C_2^2C_4^2$ cách

+) 2 nam khối 11, 1 nữ khối 12 và 2 nam khối 12 có: $C_2^2C_2^1C_4^2$ cách

+) 2 nam khối 11, 2 nữ khối 12 và 1 nam khối 12 có: $C_2^2C_2^2C_4^1$ cách

Số cách chọn 5 em thỏa mãn bài ra là:

$$C_2^1C_2^1C_4^3 + C_2^1C_2^2C_4^2 + C_2^2C_2^1C_4^2 + C_2^2C_2^2C_4^1 = 44 \text{ cách}$$

- Vậy xác suất cần tính là: $\frac{44}{56} = \frac{11}{14}$

Bài 23. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A, tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 5

Lần 3 THPT Phước Bình

Lời giải tham khảo

Số phần tử của A là $6.A_6^3 = 720$

Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 0 có $1.A_6^3 = 120$ cách

Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 5 có $1.5.A_5^2 = 100$ cách

Suy ra số cách chọn một số chia hết cho 5 là $120 + 100 = 220$ cách

Vậy xác suất cần tìm bằng $\frac{220}{720} = \frac{11}{36}$.

Bài 24. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tìm xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Lần 4 THPT Phước Bình

Lời giải tham khảo

Gọi Ω là tập hợp các cách chọn ra 10 tấm thẻ từ 30 tấm thẻ đã cho

Suy ra $\left|\Omega\right| = C_{30}^{10}$

Trong 30 tấm thẻ có 15 tấm thẻ mang số lẻ, 15 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Gọi Ω_A là tập hợp các cách chọn ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10

Suy ra $\left|\Omega_A\right| = C_{15}^{5}.C_{12}^{4}.C_{3}^{1}$

Vậy $P(A) = \dfrac{C_{15}^{5}.C_{12}^{4}.C_{3}^{1}}{C_{30}^{10}} = \dfrac{99}{667}$.

Bài 25. Đội bóng chuyền nam Trường THPT Hùng Vương có 12 vận động viên gồm 7 học sinh K12 và 5 học sinh K11. Trong mỗi trận đấu, Huấn luyện viên Trần Tý cần chọn ra 6 người thi đấu. Tính xác suất để có ít nhất 4 học sinh K12 được chọn

Lần 1 THPT Hùng Vương

Lời giải tham khảo

Đội bóng chuyền nam Trường THPT Hùng Vương có 12 vận động viên gồm 7 học sinh K12 và 5 học sinh K11. Trong mỗi trận đấu, Huấn luyện viên cần chọn ra 6 người thi đấu. Tính xác suất để có ít nhất 4 học sinh K12 được chọn.

Không gian mẫu $\left|\Omega\right| = C_{12}^{6} = 924$. Xác suất cần tìm là $P = \dfrac{C_7^4C_5^2 + C_7^5C_5^1 + C_7^6}{924} = \dfrac{462}{924} = \dfrac{1}{2}$

Bài 26. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển theo nhị thức $\left(2x + \dfrac{1}{x^3}\right)^{100}$, $(x \neq 0)$.

Lần 2 THPT Hùng Vương

Lời giải tham khảo

$$\left(2x + \frac{1}{x^3}\right)^{100} = \sum_{k=0}^{100} C_{100}^{k}.(2x)^{100-k}.\left(\frac{1}{x^3}\right)^{k} = \sum_{k=0}^{100} C_{100}^{k}\, 2^{100-k}.x^{100-4k}$$

Số hạng không chứa x ứng với $k = 25$. Kết luận: $C_{100}^{25}2^{75}$

Bài 27. Có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ, xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất để không có 3 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau

Lần 1 THPT Đồng Xoài

Lời giải tham khảo

Gọi B là biến cố "không có hai học sinh nữ nào đứng cạnh nhau" Khi đó $n(\Omega)=8!;n(B)=3!.6!\Rightarrow P(\overline{B})=\frac{3}{28}$.

Bài 28. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp A. Tính xác suất để số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ

Lần 2 THPT Đồng Xoài

Lời giải tham khảo

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử: "Chọn ngẫu nhiên một số từ tập X". Khi đó: $|\Omega| = A_9^6 = 60480$

Gọi A là biến cố: "Số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ". Khi đó:

+ Chọn 3 chữ số lẻ đôi một khác nhau từ các chữ số $1, 3, 5, 7, 9$ có C_5^3 cách.

+Chọn 3 chữ số chẵn đội một khác nhau từ các chữ số $2, 4, 6, 8$ có C_4^3 cách.

+ Sắp xếp các chữ số trên để được số thỏa mãn biến cố A có $6!$ cách.

Do đó $|\Omega_A| = C_5^3.C_4^3.6! = 28800$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{28800}{60480}=\frac{10}{21}$

Bài 29. Đội tuyển học sinh giỏi môn Toán khối 10 trường THPT Đồng Xoài có 6 học sinh, trong đó có 2 nữ và 4 nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh tham dự kì thi Olympic cấp tỉnh. Tính xác suất để chọn được 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

Lần 3 THPT Đồng Xoài

Lời giải tham khảo

+ Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_6^3=20$

+ Gọi A là biến cố " chọn được 3 HS có cả nam và nữ" thì $n(A)=C_4^1C_2^2+C_4^2C_2^1=16$

+ Vậy xác suất là $P(A)=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$

Bài 30. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1,2,3,....,9. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ và nhân 3 số ghi trên ba thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số lẻ.

Lần 1THPT Nguyễn Hữu Cảnh

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 = 84$

Số cách chọn 3 thẻ có tích là số lẻ là $n(A) = C_5^3 = 10$

=> Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$

Bài 31. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó chia hết cho 3?

Lần 2 THPT Nguyễn Hữu Cảnh

Lời giải tham khảo

Số có 5 chữ số cần lập là $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$; $a, b, c, d, e \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$)

$\overline{abcde} \vdots 3 \Leftrightarrow (a+b+c+d+e) \vdots 3$

- Nếu $(a+b+c+d) \vdots 3$ thì chọn $e = 0$ hoặc $e = 3$

- Nếu $(a+b+c+d)$ chia 3 dư 1 thì chọn $e = 2$ hoặc $e = 5$

- Nếu $(a+b+c+d)$ chia 3 dư 2 thì chọn $e = 1$ hoặc $e = 4$

Như vậy với mỗi số $\overline{abcd}$ đều có 2 cách chọn e để được một số có 5 chữ số chia hết cho 3

Số các số dạng $\overline{abcd}$ lập được từ tập A là: 5x6x6x6= 1080 số

Số các số cần tìm là 2 x 1080 = 2160 số

Bài 32. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tìm xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Lời giải tham khảo

Gọi Ω là tập hợp các cách chọn ra 10 tấm thẻ từ 30 tấm thẻ đã cho

Suy ra $|\Omega| = C_{30}^{10}$

Trong 30 tấm thẻ có 15 tấm thẻ mang số lẻ, 15 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Gọi Ω_A là tập hợp các cách chọn ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10

Suy ra $|\Omega_A| = C_{15}^5.C_{12}^4.C_3^1$

Vậy $P(A) = \frac{C_{15}^5.C_{12}^4.C_3^1}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$.

Bài 33. Một người bỏ 4 lá thư vào 4 chiếc phong bì đã ghi địa chỉ .Tính xác suất để ít nhất có một lá thư bỏ đúng phong bì của nó.

THPT Hoàng Hoa Thám

Lời giải tham khảo

$n(\Omega) = 4! = 24$

Goi A là biến cố để ít nhất 1 lá bỏ đúng phong bì của nó.

n(A) = C_4^1 + C_4^2+C_4^3+C_4^4=15, $P(A) = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

Bài 34. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A, tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 5.

THPT Hoàng Hoa Thám

Lời giải tham khảo

Số phần tử của A là $6.A_6^3 = 720$

Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 0 có $1.A_6^3 = 120$ cách

Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 5 có $1.5.A_5^2 = 100$ cách

Suy ra số cách chọn một số chia hết cho 5 là $120 + 100 = 220$ cách

Vậy xác suất cần tìm bằng $\frac{220}{720} = \frac{11}{36}$.

Bài 35. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1,2,3,....,9. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ và nhân 3 số ghi trên ba thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số lẻ.

Lần 1 THPT Kẻ Sặt

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là n(Ω) = C_9^3 = 84

Số cách chọn 3 thẻ có tích là số lẻ là n(A) = C_5^3 = 10 => Xác suất cần tính là P(A) = $\frac{10}{84}$ = $\frac{5}{42}$

Bài 36. Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật . Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

THPT Khánh Sơn

Lời giải tham khảo

Ta có $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$

Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1 + C_5^1.C_6^2 = 135$

Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$

Bài 37. Tính tổng: $S = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + ... + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n \;; n \in N^*$.

THPT Khánh Sơn

Lời giải tham khảo

Ta có $C_n^1 = C_n^{n-1}; C_n^2 = C_n^{n-2}; ...C_n^n = C_n^0$

Ta viết lại tổng đã cho như sau: $S = nC_n^0 + (n-1)C_n^1 + (n-2)C_n^2 + ... + C_n^{n-1}$

Ta có: $S = 1C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + ... + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n$ (1)

$S = nC_n^0 + (n-1)C_n^1 + (n-2)C_n^2 + ... + C_n^{n-1}$ (2)

Cộng vế theo vế ta được : $2S = n(C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n)$

Xét khai triển: $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + ... + C_n^nx^n$

Chọn $x = 1$ ta được: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$

$\Rightarrow S = n2^{n-1}$

Bài 38. Một lớp học có 27 học sinh nữ và 21 học sinh nam. Cô giáo chọn ra 5 học sinh để lập một tốp ca chào mừng 20 - 11. Tính xác suất để trong tốp ca đó có ít nhất một học sinh nữ.

Lần 1 THPT Khoái Châu

Lời giải tham khảo

Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong số 48 học sinh có: $C_{48}^5 = 1712304$

Gọi A là biến cố " chọn 5 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nữ" thì $\overline{A}$ là biến cố " chọn 5 học sinh mà trong đó không có học sinh nữ ".

Ta có số kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là: $C_{21}^5 = 20349 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \frac{C_{21}^5}{C_{48}^5} = \frac{20349}{1712304}$

$\Rightarrow P\left(A\right) = 1 - \frac{20349}{1712304} = \frac{1691955}{1712304}$

Bài 39. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức : $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$, $x > 0$

Lần 1 THPT Kinh Môn

Lời giải tham khảo

$$\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^{7}(-2)^k C_7^k x^{\frac{7-k}{3}} x^{\frac{-k}{4}} = \sum_{k=0}^{7}(-2)^k C_7^k x^{\frac{28-7k}{12}}, \ x > 0$$

Số hạng tổng quát của khai triển có dạng **:** $T = (-2)^k C_7^k x^{\frac{28-7k}{12}}$**.** $0 \le k \le 7; k \in \mathrm{N}$**.**

Số hạng không chứa x khi và chỉ khi 28-7k=0 hay k=4.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là : $T = (-2)^4 C_7^4 = 16 C_7^4$

Bài 40. Đội tuyển văn nghệ của trường THPT Lạc Long quân có 15 người gồm 6 nam và 9 nữ. Để thành lập đội tuyển văn nghệ dự thi cấp tỉnh nhà trường cần chọn ra 8 học sinh từ 15 học sinh trên. Tính xác suất để trong 8 người được chọn có số nam nhiều hơn số nữ .

THPT Lạc Long Quân

Lời giải tham khảo

Số các khả năng của không gian mẫu là: $C_{15}^8 = 6435$; để chọn được 8 học sinh trong đó số nam nhiều hơn số nữ ta có các cách chọn sau:

- Chọn 5 nam và 3 nữ có $C_6^5.C_9^3 = 504$ cách chọn
- Chọn 6 nam và 2 nữ có $C_6^6.C_9^2 = 36$ cách chọn

Nên ta có 504 + 36 = 540 cách chọn 8 học sinh theo yêu cầu bài toán.

Vậy xác suất cần tính là: $P = \frac{540}{6435} = \frac{12}{143}$

Bài 41. Một ngân hàng đề thi gồm 20 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi trên. Thí sinh A đã học thuộc 10 câu trong ngân hàng đề thi. Tìm xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc

THPT Lam Kinh

Lời giải tham khảo

Lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi 4 câu hỏi để lập một đề thi có $C_{20}^{4}=4845$ đề thi.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 2 câu đã thuộc, có $C_{10}^{2}.C_{10}^{2}=2025$ trường hợp.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 3 câu đã thuộc, có $C_{10}^{3}.C_{10}^{1}=1200$ trường hợp.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 4 câu đã thuộc, có $C_{10}^{4}=210$ trường hợp.

Do đó, thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc, có $2025+1200+210=3435$ trường hợp

Vậy xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc là $\frac{3435}{4845}=\frac{229}{323}$.

Bài 42. Một tổ có 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để tham gia buổi trực nề nếp. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

THPT Lê Lợi

Lời giải tham khảo

Xét phép thử T " chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ một tổ có 12 học sinh"

* Số cách chọn 4 học sinh từ 12 học sinh của tổ là $C_{12}^{4}=495$

do đó số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=495$.

* Gọi A là biến cố " 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ"

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố " 4 học sinh được chọn chỉ toàn nam hoặc nữ"

Ta có $\left|\Omega_{\overline{A}}\right|=C_{5}^{4}+C_{7}^{4}=5+35=40$

$$P(\overline{A})=\frac{40}{495}\Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=\frac{455}{495}=\frac{91}{99}$$

Bài 43. Gọi M là tập hợp các số có 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Lấy ra từ tập M một số bất kỳ. Tính xác suất để lấy được số có tổng các chữ số là số lẻ ?

THPT Lê Lợi

Lời giải tham khảo

Gọi A là biến cố " Số chọn được là số có 4 chữ số đôi một khác nhau và tổng các chữ số là một số lẻ". Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ 7 chữ số đã cho là $A_{7}^{4}=840$ (số), suy ra: $|\Omega|=840$

Gọi số 4 chữ số đôi một khác nhau và tổng các chữ số là một số lẻ có dạng $\overline{abcd}$. Do tổng $a+b+c+d$ là số lẻ nên số chữ số lẻ là lẻ

Trường hợp 1 : có 1 chữ số lẻ , 3 chữ số chẵn : có $C_4^1.C_3^3=4$ bộ số

Trường hợp 2 : có 3 chữ số lẻ , 1 chữ số chẵn : có $C_4^3.C_3^1=12$ bộ số

Từ mỗi bộ số trên ta lập được $P_4=24$ số

Tất cả có 16.24= 384 số , suy ra: $|\Omega_A|=384$.

Vậy $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{384}{840}=\frac{48}{105}$.

Bài 44. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp X. Tính xác suất để số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ.

Lần 1 THPT Lý Thái Tổ

Lời giải tham khảo

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử: "Chọn ngẫu nhiên một số từ tập X". Khi đó: $|\Omega|=A_9^6=60480$

Gọi A là biến cố: "Số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ". Khi đó:

+ Chọn 3 chữ số lẻ đôi một khác nhau từ các chữ số $1, 3, 5, 7, 9$ có C_5^3 cách.

+Chọn 3 chữ số chẵn đội một khác nhau từ các chữ số $2, 4, 6, 8$ có C_4^3 cách.

+ Sắp xếp các chữ số trên để được số thỏa mãn biến cố A có $6!$ cách. Do đó $|\Omega_A|=C_5^3.C_4^3.6!=28800$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{28800}{60480}=\frac{10}{21}$

Bài 45. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.

Lần 2 THPT Minh Châu

Lời giải tham khảo

Gọi không gian mẫu của phép chọn ngẫu nhiên là Ω

Số phần tử của không gian mẫu là: $C_9^5 = 126$

Gọi A là biến cố "Chọn 5 học sinh từ đội văn nghệ sao cho có học sinh ở cả ba lớp và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A".

Chỉ có 3 khả năng xảy ra thuận lợi cho biến cố A là :

+ 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C

+ 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C

+ 3 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 1 học sinh lớp 12C

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $C_4^2.C_3^1.C_2^2 + C_4^2.C_3^2.C_2^1 + C_4^3.C_3^1.C_2^1 = 78$.

Xác suất cần tìm là $P = \dfrac{78}{126} = \dfrac{13}{21}$.

Bài 46. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x - \dfrac{2}{x^2}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^3 = \dfrac{4}{3}n + 2C_n^2$.

Lời giải tham khảo

Điều kiện $n \geq 3$. $C_n^3 = \dfrac{4}{3}n + 2C_n^2 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{3!(n-3)!} = \dfrac{4}{3}n + 2\dfrac{n!}{2!(n-2)!} \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6} = \dfrac{4}{3}n + n(n-1)$

$\Leftrightarrow n^2 - 9n = 0 \Rightarrow n = 9$ (do $n \geq 3$)

Khi đó ta có $\left(x - \dfrac{2}{x^2}\right)^9 = \sum\limits_{k=0}^{9} C_9^k x^{9-k} \left(\dfrac{-2}{x^2}\right)^k = \sum\limits_{k=0}^{9} C_9^k x^{9-3k} (-2)^k$

Số hạng chứa x^3 tương ứng giá trị k thoả mãn $9 - 3k = 3 \Leftrightarrow k = 2$

Suy ra số hạng chứa x^3 bằng $C_9^2 x^3 (-2)^2 = 144x^3$

Bài 47. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{16}^4 = 1820$.

.+) Gọi B là biến cố " 4 quả lấy được có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả màu vàng". Ta xét ba khả năng sau:

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 3 quả xanh là: $C_4^1C_5^3$

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 2 quả xanh, 1 quả vàng là: $C_4^1C_5^2C_7^1$

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 1 quả xanh, 2 quả vàng là: $C_4^1C_5^1C_7^2$

Khi đó $|\Omega_B| = C_4^1C_5^3 + C_4^1C_7^1C_5^2 + C_4^1C_7^2C_5^1 = 740$.Xác suất của biến cố B là $P(B) = \dfrac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \dfrac{740}{1820} = \dfrac{37}{91}$.

Bài 48. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{16}^4 = 1820$.

.+) Gọi B là biến cố " 4 quả lấy được có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả màu vàng". Ta xét ba khả năng sau:

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 3 quả xanh là: $C_4^1C_5^3$

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 2 quả xanh, 1 quả vàng là: $C_4^1C_5^2C_7^1$

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 1 quả xanh, 2 quả vàng là: $C_4^1C_5^1C_7^2$

Khi đó $|\Omega_B| = C_4^1C_5^3 + C_4^1C_7^1C_5^2 + C_4^1C_7^2C_5^1 = 740$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \dfrac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \dfrac{740}{1820} = \dfrac{37}{91}$.

Bài 49. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 quân bài, rút ngẫu nhiên 4 quân bài. Tìm xác suất để có 2 quân J, 1 quân Q và 1 quân K.

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{52}^4 = 270725$

Gọi A là biến cố " rút 4 quân bài trong đó có 2 quân J, 1 quân Q, 1 quân K". Theo quy tắc nhân, ta có: $n(\Omega_A) = C_4^2.C_4^1.C_4^1 = 96$. Vậy $P = \dfrac{96}{270725}$

Bài 50. Tìm số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Newton của $\left(x^2 - \dfrac{2}{x}\right)^n$ với $x \neq 0$, biết rằng: $C_n^1 + C_n^2 = 15$ với n là số nguyên dương.

Lời giải tham khảo

▪ Ta có: $C_n^1 + C_n^2 = 15 \Leftrightarrow C_{n+1}^2 = 15 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 15 \Leftrightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} n = 5 & (N) \\ n = -6 & (L) \end{array}\right.$

▪ Với $n = 5$ và $x \neq 0$ ta có:

$$\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^5 = \sum_{k=0}^{5} C_5^k \left(x^2\right)^k \left(-\frac{2}{x}\right)^{5-k} = \sum_{k=0}^{5} C_5^k x^{3k-5} (-2)^{5-k}$$

▪ Số hạng chứa x^4 trong khai triển trên thỏa mãn $3k - 5 = 4 \Leftrightarrow k = 3$, suy ra số hạng chứa x^4 trong khai triển trên là 40 x^4.

Bài 51. Một hộp đựng 10 viên bi đỏ, 8 viên bi vàng và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để các viên bi lấy được đủ cả 3 màu.

THPT Nguyễn Bình

Lời giải tham khảo

Tổng số viên bi trong hộp là 24. Gọi Ω là không gian mẫu.

Lấy ngẫu nhiên 4 viên trong hộp ta có C_{24}^4 cách lấy hay n(Ω)= C_{24}^4.

Gọi A là biến cố lấy được các viên bi có đủ cả 3 màu. Ta có các trường hợp sau:

+) 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh: có $C_{10}^2 C_8^1 C_6^1 = 2160$ cách

+) 1 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh: có $C_{10}^1 C_8^2 C_6^1 = 1680$ cách

+) 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 2 bi xanh: có $C_{10}^1 C_8^1 C_6^2 = 1200$ cách

Do đó, n(A)=5040

Vậy, xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5040}{10626} \approx 47,4\%$

Bài 52. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó chia hết cho 3?

THPT Nguyễn Huệ

Lời giải tham khảo

Số có 5 chữ số cần lập là $\overline{abcde}$ $(a \neq 0;\, a, b, c, d, e \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\})$

$\overline{abcde} \,\vdots\, 3 \Leftrightarrow (a+b+c+d+e) \,\vdots\, 3$

- Nếu $(a+b+c+d) \,\vdots\, 3$ thì chọn $e = 0$ hoặc $e = 3$

- Nếu $(a+b+c+d)$ chia 3 dư 1 thì chọn $e=2$ hoặc $e=5$

- Nếu $(a+b+c+d)$ chia 3 dư 2 thì chọn $e=1$ hoặc $e=4$

Như vậy với mỗi số $\overline{abcd}$ đều có 2 cách chọn e để được một số có 5 chữ số chia hết cho 3

Số các số dạng $\overline{abcd}$ lập được từ tập A là: 5x6x6x6= 1080 số
Số các số cần tìm là 2 x 1080 = 2160 số

Bài 53. Chị Mai ra chợ mua 4 quả cam, 3 quả lê, 6 quả quýt, 1 quả bưởi và 2 quả thanh long. Chị Mai chọn 8 quả trong số các quả mua về để bày thành mâm ngũ quả ngày tết. Tính xác suất để mâm ngũ quả chị Mai bày có đủ các loại quả mà chị mua về trong đó có ít nhất 3 quả cam.

Lần 1THPT Nguyễn Siêu

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu gồm các tổ hợp chập 8 của 16 quả nên $n(\Omega)=C_{16}^{8}$
Để mâm ngũ quả có đủ các loại quả và có ít nhất 3 quả cam thì có các trường hợp sau:
Th1: mâm ngũ quả gồm 4 quả cam, 1 lê, 1 quýt, 1 bưởi, 1 thanh long
Số cách bày là $n_1=C_4^4.C_3^1.C_6^1.C_1^1.C_2^1$
Th2: Mâm ngũ quả gồm

- 3 cam, 2 lê, 1 quýt, 1 bưởi, 1 thanh long
- 3 cam, 1 lê, 2 quýt, 1 bưởi, 1 thanh long
- 3 cam, 1 lê, 1 quýt, 1 bưởi, 2 thanh long

Khi đó số cách bày là
$n_2=C_4^3.C_3^2.C_6^1.C_1^1.C_2^1+C_4^3.C_3^1.C_6^2.C_1^1.C_2^1+C_4^3.C_3^1.C_6^1.C_1^1.C_2^2$

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{C_4^4.C_3^1.C_6^1.C_1^1.C_2^1+C_4^3.C_3^2.C_6^1.C_1^1.C_2^1+C_4^3.C_3^1.C_6^2.C_1^1.C_2^1+C_4^3.C_3^1.C_6^1.C_1^1.C_2^2}{C_{16}^{8}}$

Bài 54. Tủ lạnh của nhà bạn An có 20 quả trứng, trong đó có 7 quả trứng bị hỏng, mẹ bạn An lấy ngẫu nhiên từ đó ra 4 quả để làm món trứng tráng. Tính xác suất để trong 4 quả trứng mẹ bạn An lấy ra có 2 quả bị hỏng.

Lần 1 THPT Nguyễn Trãi

Lời giải tham khảo

* Số khả năng có thể xảy ra là: $C_{20}^{4}=4845$

* Số cách lấy ra 4 quả trứng mà trong đó có 2 quả trứng bị hỏng là

$C_{13}^{2}.C_7^2=1638$

Vậy xác suất cần tính là: $P=\dfrac{1638}{4845}=\dfrac{546}{1615}\approx 0.34$

Bài 55. Một hộp chứa 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 viên bi. Tính xác xuất để 4 viên bi được chon có đủ 3 màu và số bi đỏ nhiều nhất.

Lần 1 THPT Nguyễn Viết Xuân

Lời giải tham khảo

Ta có: $n(\Omega)=C_{15}^{4}=1365$

Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ nhiều nhất'

Khi đó $n(A)=C_{4}^{1}C_{5}^{2}C_{6}^{1}=240$. Vậy $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{16}{91}$

Bài 56. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A, tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 5.

Lần 2 THPT Như Xuân

Lời giải tham khảo

Số phần tử của A là $6.A_{6}^{3}=720$

Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 0 có $1.A_{6}^{3}=120$ cách

Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 5 có $1.5.A_{5}^{2}=100$ cách

Suy ra số cách chọn một số chia hết cho 5 là $120+100=220$ cách

Vậy xác suất cần tìm bằng $\dfrac{220}{720}=\dfrac{11}{36}$.

Bài 58. Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để trong 4 học sinh có đúng 2 học sinh lớp A.

THPT Phan Bội Châu

Lời giải tham khảo

Số cách chọn 4 học sinh trong 12 học sinh là $C_{12}^{4}=495$

Số cách chọn 4 học sinh trong đó có 2 học sinh lớp A là: $C_{5}^{2}.C_{7}^{2}=210$

Vậy xác suất để chọn 4 học sinh có 2 học sinh lớp A là $\dfrac{210}{495}=\dfrac{14}{33}$

Bài 59. Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 12 đội tham dự trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C, mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

THPT Phan Bội Châu

Lời giải tham khảo

$n(\Omega) = C_{12}^4.C_8^4.C_4^4 = 34650$. Gọi A là biến cố "3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau

$n(A) = 3.C_9^3.2.C_6^3.1.C_3^3 = 10080$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{16}{55}$

Bài 60 . Trong cụm thi để xét công nhận tốt nghiệp THPT thí sinh phải thi 4 môn trong đó có 3 môn bắt buộc là Toán, Văn, Ngoại ngữ và một môn do thí sinh tự chọn trong số các môn: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Lịch sử và Địa lí. Trường A có 30 học sinh đăng kí dự thi, trong đó có 10 học sinh chọn môn Lịch sử. Lấy ngẫu nhiên 5 học sinh bất kỳ của trường A, tính xác suất để trong 5 học sinh đó có nhiều nhất 2 học sinh chọn môn Lịch sử.

THPT Phan Thúc Trực

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{30}^5 = 142506$

Gọi A là biến cố : "5 học sinh được chọn có nhiều nhất 2 học sinh chọn môn lịch sử"

Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_{20}^5 + C_{20}^4C_{10}^1 + C_{20}^3C_{10}^2 = 115254$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{115254}{142506} \approx 0,81$.

Bài 61 . Trong kì thi học sinh giỏi cấp tỉnh của trường THPT Phù Cừ có 10 học sinh đạt giải trong đó có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Nhà trường muốn chọn một nhóm 5 học sinh trong 10 học sinh trên để tham dự buổi lễ tuyên dương khen thưởng cuối học kỳ 1 năm học 2015 – 2016 do huyện uỷ Phù Cừ tổ chức. Tính xác suất để chọn được một nhóm gồm 5 học sinh mà có cả nam và nữ, biết số học sinh nam ít hơn số học sinh nữ.

THPT Phù Cừ

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^5 = 252$

Gọi A là biến cố 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời số học sinh nam ít hơn học sinh nữ.

Trường hợp 1: Chọn 1 học sinh nam và 4 học sinh nữ nên ta có $C_4^1.C_6^4$

Trường hợp 2: Chọn 2 học sinh nam và 3 học sinh nữ nên ta có $C_4^2.C_6^3$

Suy ra $n(A)=C_4^1.C_6^4+C_4^2.C_6^3=180$

Vậy xác suất cần tìm là $\boxed{P(A)=\frac{5}{7}}$

Bài 62 . Một lớp học có 3 học sinh có năng khiếu ngâm thơ, 4 học sinh có năng khiếu múa và 5 học sinh có năng khiếu hát. Cần chọn 6 học sinh trong số đó để lập thành đội văn nghệ của lớp. Tính xác xuất để 6 học sinh được chọn có đủ cả học sinh có năng khiếu hát, múa và ngâm thơ.

THPT Quốc Oai

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{12}^6=924$.

Vì số học sinh có năng khiễu mỗi loại đều nhỏ hơn 6 nên đội văn nghệ phải có ít nhất 2 trong 3 loại năng khiếu nói trên.

Gọi A là biến cố "6 học sinh được chọn có đủ 3 loại năng khiếu"

Nên $\overline{A}$ là biến cố "6 học sinh được chọn có 2 loại năng khiếu"

Xét số phần tử của $\overline{A}$:

- Chọn đội văn nghệ không có học sinh năng khiếu ngâm thơ, có C_9^6 cách chọn.

- Chọn đội văn nghệ không có học sinh năng khiếu múa, có C_8^6 cách chọn. - Chọn đội văn nghệ không có học sinh năng khiếu hát, có C_7^6 cách chọn.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A)=C_{12}^6-C_9^6-C_8^6-C_7^6=805.$.

Do đó, ta có: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{805}{924}=\frac{115}{132}$.

Bài 63 . Trong kì thi THPT quốc gia, tại hội đồng thi X, trường THPT A có 5 thí sinh dự thi. Tính xác suất để có đúng 3 thí sinh của trường THPT A được xếp vào cùng một phòng thi, biết rằng hội đồng thi X gồm 10 phòng thi, mỗi phòng thi có nhiều hơn 5 thí sinh và việc xếp các thí sinh vào các phòng thi là hoàn toàn ngẫu nhiên.

Sở Giáo Dục Thanh Hóa

Lời giải tham khảo

Số cách xếp ngẫu nhiên 5 thí sinh vào 10 phòng thi là $|\Omega| = 10^5 = 100000$

Gọi B là biến cố đã cho

Có C_5^3 cách chọn 3 thí sinh trong số 5 thí sinh của trường A và có 10 cách chọn phòng thi cho 3 thí sinh đó.

Ứng với mỗi cách chọn trên ta có 9.9 cách chọn phòng thi cho 2 thí sinh còn lại.

Do đó số cách xếp 5 thí sinh thỏa mãn điều kiện đề bài là $|\Omega_B| = C_5^3.10.9.9 = 8100$.

Xác suất cần tìm là: $P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{8100}{100000} = \frac{81}{1000}$.

Bài 64 . Một xưởng sản xuất X còn tồn kho hai lô hàng. Người kiểm hàng lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm. Xác suất để được sản phẩm chất lượng tốt của từng lô hàng lần lượt là 0,6 và 0,7. Hãy tính xác suất để trong hai sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm có chất lượng tốt.

THPT Trần Bình Trọng

Lời giải tham khảo

Gọi A_1 "Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ nhất"; A_2 "Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ hai" . Khi đó: $P(A_1) = 0,6 \Rightarrow P(\overline{A_1}) = 0,4$ và $P(A_2) = 0,7 \Rightarrow P(\overline{A_2}) = 0,3$

Gọi X là biến cố "Trong hai sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm có chất lượng tốt". Suy ra $\overline{X} = \overline{A_1}\overline{A_2}$, mặt khác do hai biến cố độc lập nên $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ độc lập.

$P(\overline{X}) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}) = 0,12 \Rightarrow P(X) = 1 - P(\overline{X}) = 0,88$

Bài 65 . Một xí nghiệp có 50 công nhân, trong đó có 30 công nhân tay nghề loại A, 15 công nhân tay nghề loại B, 5 công nhân tay nghề loại C. Lấy ngẫu nhiên theo danh sách 3 công nhân. Tính xác suất để 3 người được lấy ra có 1 người tay nghề loại A, 1 người tay nghề loại B, 1 người tay nghề loại C

THPT Thuận Thành I

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{50}^3 = 19600$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố "trong 3 người được lấy ra, mỗi người thuộc 1 loại" là $C_{30}^1.C_{15}^1.C_5^1 = 2250$. Xác suất cần tính là $p = \frac{2250}{19600} = \frac{45}{392}$.

Bài 66 . Để bảo vệ Đại hội Đảng toàn quốc lần thứ XII diễn ra từ ngày 20 đến 28 tháng 1 năm 2016, Bộ Công an thành lập 5 đội bảo vệ, Bộ Quốc phòng thành lập 7 đội bảo vệ. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 5 đội thường trực để bảo vệ tại Trung tâm Hội nghị Quốc gia Mỹ Đình (nơi diễn ra Đại hội). Tính xác xuất để trong 5 đội được chọn, có ít nhất 1 đội thuộc Bộ Công an, ít nhất 1 đội thuộc Bộ Quốc phòng.

THPT Thanh Chương I

Lời giải tham khảo

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 đội trong 12 đội là: $C_{12}^5 = 792 \Rightarrow n(\Omega) = 792$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A: "Mỗi Bộ có ít nhất 1 đội bảo vệ" là: $n(A) = C_{12}^5 - C_5^5 - C_7^5 = 770 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{770}{792} = \frac{35}{36}$.

Bài 67 . Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

THPT Thanh Chương III

Lời giải tham khảo

$n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$

Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1 + C_5^1.C_6^2 = 135$

Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$

Bài 68 . Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

THPT Thống Nhất

Lời giải tham khảo

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{15}^2.C_{12}^2$

Gọi A là biến cố: " 4 giáo viên được chọn có 2 nam và 2 nữ''

$n(A) = C_8^2.C_7^2 + C_7^2.C_5^2 + C_8^1.C_5^1.C_7^1.C_7^1$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{197}{495}$

Bài 69 . Một đội ngũ cán bộ khoa học của một trường đại học gồm 8 nhà toán học, 5 nhà vật lý và 3 nhà hóa học. Bộ Giáo dục chọn ngẫu nhiên ra từ đó 4 người để đi làm đề thi THPT Quốc gia, tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn phải có đủ ba bộ môn

THPT Lê Hồng Phong

Lời giải tham khảo

Số phần tử không gian mẫu là C_{16}^{4} =1820

Số kết quả thuận lợi cho biến cố: "trong 4 người được chọn phải có đủ ba bộ môn" là $C_8^1C_5^1C_3^2+C_8^1C_5^2C_3^1+C_8^2C_5^1C_3^1=120+240+420=780$. Xác suất cần tính là $P=\frac{780}{1820}=\frac{3}{7}$

Bài 70 . Trong một chiếc hộp có chứa 10 quả cầu có kích thước như nhau, được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên ra 3 quả cầu trong hộp đó. Tính xác xuất để các số ghi trên 3 quả cầu lấy được là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông

THPT Lê Hồng Phong

Lời giải tham khảo

Ta có, không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{10}^{3}=120$.

Gọi A là biến cố cần tính xác xuất.

Gọi $n(\Omega)=C_{10}^{3}=120$ là ba số ghi trên ba quả cầu được chọn, và ba số đó lập thành ba cạnh của tam giác vuông.Ta có các bộ số (a, b, c) là (3, 4, 5) và (6, 8, 10) nên $n(A)=2$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2}{120}=\frac{1}{60}$.

Bài 71 . Cho đa giác đều 12 cạnh. Ba đỉnh của đa giác tạo thành một tam giác. Tính số tam giác tạo thành và tính xác suất để chọn được một tam giác có 3 cạnh là 3 đường chéo của đa giác đã cho.

THPT Trần Phú

Lời giải tham khảo

Mỗi tam giác được tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác là một tổ hợp chập 3 của 12 . Suy ra số tam giác là C_{12}^{3}

+) Số tam giác có 1 cạnh là cạnh của đa giác, 2 cạnh là đường chéo của đa giác

- Chọn 1 cạnh (2 đỉnh)của tam giác là cạnh của đa giác có 12 cách

- Chọn 1 đỉnh còn lại không kề với 2 đỉnh đã chọn có 8 cách

Vậy có 12.8=96 tam giác

+)Số tam giác có 2 cạnh là cạnh của đa giác, 1 cạnh là đường chéo của đa giác

- Chọn 1 đỉnh của tam giác là 1 đỉnh của đa giác có 12 cách

- Chọn 2 đỉnh còn lại kề với đỉnh đã chọn có 1 cách

Vậy có 12.1=12 tam giác

Số tam giác có 3 cạnh đều là đường chéo của đa giác là $C_{12}^3 - 96 - 12 = 112$

Khi đó biến cố B" Chọn được tam giác có 3 cạnh đều là đường chéo của đa giác " thì $|\Omega_B| = 112$. Suy ra $P(B) = \frac{112}{C_{12}^3} = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$

Bài 72 . Để chuẩn bị tiêm phòng dịch Sởi- Rubella cho học sinh khối 11 và khối 12. Bệnh viện tỉnh Nghệ An điều động 12 bác sỹ đến trường THPT Anh Sơn 2 để tiêm phòng dịch gồm 9 bác sỹ nam và 3 bác sỹ nữ. Ban chỉ đạo chia 12 bác sỹ đó thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 bác sỹ làm 3 công việc khác nhau.Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng 1 bác sỹ nữ.

Lần 2 THPT Anh Sơn II

Lời giải tham khảo

Số cách chọn 3 nhóm , mỗi nhóm gồm 4 bác sỹ làm 3 công việc khác nhau là:

+ Trong 12 người chọn 4 người có C_{12}^4

+ Trong 8 người còn lại chọn 4 người tiếp có C_8^4

+ Trong 4 người sau cùng chọn 4 người có C_4^4 . Vậy không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 C_8^4 C_4^4$

Gọi A là biến cố : "Chọn 3 nhóm, mỗi nhóm có 4 bác sỹ trong đó có đúng 1 bác sỹ nữ"

+ Chọn 1 bác sỹ nữ trong 3 bác sỹ nữ có 3 cách chọn, sau đó chọn 3 bác sỹ nam trong 9 bác sỹ nam $C_9^3 \Rightarrow 3.C_9^3$ cách chọn

+ Còn lại 8 bác sỹ (6 bác sỹ nam và 2 bác sỹ nữ). Chọn 1 nữ trong 2 nữ có 2 cách chọn, rồi chọn 3 nam trong 6 bác sỹ nam có $C_6^3 \Rightarrow 2.C_6^3$ cách chọn

+ Cuối cùng còn lại 1 bác sỹ nữa và 3 bác sỹ nam có 1 cách chọn.

Suy ra $n(A) = 3C_9^3.2C_6^3.1$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3C_9^3.2C_6^3.1}{C_{12}^4 C_8^4 C_4^4} = \frac{16}{55}$

Bài 73 . Trong dịp ra quân chăm sóc di tích Đình Đĩnh Lự (Tân Lộc – Lộc Hà – Hà Tĩnh) đội thanh niên tình nguyện của Đoàn trường THPT Nguyễn Văn Trỗi gồm 14 đoàn viên trong đó có 6 đoàn viên nam 8 đoàn viên nữ trong đó có 2 đoàn viên nam là Ủy viên Ban chấp hành. Cần chọn ngẫu nhiên một nhóm 3 đoàn viên làm nhiệm vụ thắp hương.Tính xác suất sao cho trong 3 đoàn viên được chọn có nam, nữ và Ủy viên ban chấp hành.

Lần 1 THPT Nguyễn Văn Trỗi

Lời giải tham khảo

Số các khả năng của không gian mẫu là : $C_{14}^{3} = 364$, để chọn được 3 đoàn viên theo yêu cầu bài toán ta có các cách chọn sau :

+ Chọn 1 trong 2 Ủy viên ban chấp hành,chọn 1 trong 4 đoàn viên nam còn lại,chọn 1 trong 8 đoàn viên nữ,trường hợp này có $C_2^1.C_4^1.C_8^1 = 64$ cách chọn.

+ Chọn 2 Ủy viên ban chấp hành,chọn 1 trong 8 đoàn viên nữ,trường hợp này có $C_2^2.C_8^1 = 8$ cách chọn.

+Chọn 1 nam Ủy viên và chọn thêm 2 nữ có $C_2^1.C_8^2 = 56$ cách chọn .Nên ta có 64+ 8+ 56 = 128 cách chọn 3 đoàn viên theo yêu cầu bài toán . Vậy xác suất cần tính là : $P = \frac{128}{364}$

Bài 74 . Trong dịp 26/3, Đoàn trường của một trường THPT chọn ngẫu nhiên 6 đoàn viên xuất sắc thuộc ba khối 10, 11 và 12, mỗi khối 2 đoàn viên xuất sắc để tuyên dương. Biết khối 10 có 4 đoàn viên xuất sắc gồm có hai nam và hai nữ, khối 11 có 5 đoàn viên xuất sắc trong đó có hai nam và ba nữ, khối 12 có 6 đoàn viên xuất sắc trong đó có ba nam và ba nữ. Tính xác xuất để 6 đoàn viên xuất sắc được chọn có cả nam và nữ

Sở GD Hà Tĩnh

Lời giải tham khảo

Gọi Ω là phép chọn ngẫu nhiên 6 đoàn viên xuất sắc từ ba khối.

Do đó: $n(\Omega) = C_4^2.C_5^2.C_6^2 = 900$ cách chọn.

Gọi A là biến cố "chọn được 6 đoàn viên xuất sắc có cả nam và nữ".

Ta có $\overline{A}$ là biến cố "chọn được 6 đoàn viên xuất sắc chỉ có nam hoặc nữ".

TH1: Chọn 6 đoàn viên xuất sắc cùng là nam, mỗi khối 2 người thì số cách chọn là: $C_2^2.C_2^2.C_3^2=3$.

TH2: Chọn 6 đoàn viên xuất sắc cùng là nữ, mỗi khối 2 người thì số cách chọn là: $C_2^2.C_3^2.C_3^2=9$.

Suy ra, ta có: $n\left(\overline{A}\right)=3+9=12$.

Vậy: $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)}=1-\dfrac{12}{900}=\dfrac{74}{75}$.

Bài 75 . Trong đợt kiểm tra chất lương sản xuất sản phẩm tiêu dùng, một đoàn thanh tra lấy ngẫu nhiên 5 sản phẩm từ một lô hàng của một công ty để kiểm tra. Tính xác suất để đoàn thanh tra lấy được đúng 2 phế phẩm. Biết rằng trong lô hàng đó 100 sản phẩm, trong đó có 95 chính phẩm và 5 phế phẩm.

Sở GD Nam Định

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu của phép thử là Ω có $n(\Omega)=C_{100}^5$

Gọi A là biến cố: "đoàn thanh lấy được đúng 2 phế phẩm"

Số cách lấy được 5 sản phẩm trong đó có đúng 2 phế phẩm là $C_{95}^3.C_5^2$ cách.

Suy ra $n(A)=C_{95}^3.C_5^2 \Rightarrow p(A)=\dfrac{n(\mathrm{A})}{n(\Omega)}\approx 0,0183$

Lưu ý: Thí sinh lấy kết quả xấp xỉ 0,02 cũng cho điểm tối đa

Bài 76 . Hội đồng coi thi THPT Quốc gia gồm 30 cán bộ coi thi đến từ 3 trường THPT trong đó có 12 giáo viên trường A, 10 giáo viên trường B, 8 giáo viên trường C. Chủ tịch Hội đồng coi thi chọn 2 cán bộ coi thi chứng kiến niêm phong gói đựng phong bì đề thi. Tính xác suất để 2 cán bộ coi thi được chọn là giáo viên của 2 trường THPT khác nhau.

Sở GD Hà Nội

Lời giải tham khảo

Gọi A là biến cố: "chọn 2 cán bộ coi thi là giáo viên của hai trường khác nhau"

số phần tử không gian mẫu: $\left|\Omega\right|=C_{30}^2=435$

$\left|A\right|=C_{12}^1.C_{10}^1+C_{12}^1.C_8^1+C_{10}^1.C_8^1=296$

Vậy xác suất để 2 cán bộ coi thi là giáo viên của hai trường khác nhau là $p(A)=\dfrac{296}{435}$

Bài 77 . Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp. Tính xác suất để 4 viên bi lấy được có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng.

THPT Trần Thị Tâm

Lời giải tham khảo

$n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$

Gọi A là biến cố" 4 viên bi lấy được có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng."

+ 4 bi lấy được không có bi vàng: 4bi đỏ; 1 bi đỏ + 3bi xanh; 2 bi đỏ + 2bi xanh; 3 bi đỏ + 1bi xanh;

+ 4 bi lấy được có đúng 1 bi vàng: gồm 1bi vang +2bi đỏ + 1 bi xanh, 1 bi vàng; 3 bi đỏ.

$n(A) = C_5^4 + C_5^1.C_4^3 + C_5^2.C_4^2 + C_5^3.C_4^1 + C_5^2.C_3^1.C_4^1 + C_5^3.C_3^1 \ = 275$

$P(A) = \frac{275}{495} = \frac{5}{9}$

Bài 78 . Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức Niu - tơn của biểu thức $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^n$, $x > 0$. Trong đó n là số tự nhiên thỏa mãn $A_n^2 - 2C_n^1 = 180$.

THPT Triệu Sơn I

Lời giải tham khảo

ĐK: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$

Khi đó: $A_n^2 - 2C_n^1 = 180 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 180 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 15 \\ n = -12 \end{array}\right. \xrightarrow{DK} n = 15$

Khi n = 15 ta có: $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (-1)^k 2^k x^{\frac{15-3k}{2}}$. Mà theo bài ra ta có: $\frac{15-3k}{2} = 3 \Leftrightarrow k = 3$

Do đó số hạng chứa x^3 trong khai triển trên là: $C_{15}^3 (-1)^3 2^3 x^3 = -3640x^3$

Bài 79 . Một hộp đựng chứa 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 viên bi. Tính xác suất để 4 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ nhiều nhất.

THPT Lê Thánh Tôn

Lời giải tham khảo

Một hộp đựng chứa 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 viên bi. Tính xác suất để 4 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ nhiều nhất.

Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ nhiều nhất"

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{15}^{4}=1365$.

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là: $n(A)=C_5^2C_4^1C_6^1=240$

Do đó P(A)= $\frac{240}{1365}=\frac{16}{91}$

Bài 80 . Tính tổng $S=\frac{-C_n^1}{2.3}+\frac{2C_n^2}{3.4}-\frac{3C_n^3}{4.5}+\cdots+\frac{(-1)^n nC_n^n}{(n+1)(n+2)}$

Lần 1 THPT Yên Lạc

Lời giải tham khảo

$$\frac{C_n^k}{k+1}=\frac{n!}{k!(k+1)(n-k)!}=\frac{1}{n+1}.\frac{(n+1)!}{(k+1)![(n+1)-(k+1)]!}=\frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1},(*)$$

Áp dụng 2 lần đẳng thức (*) ta được: $\frac{(-1)^k kC_n^k}{(k+1)(k+2)}=\frac{(-1)^k kC_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}$

Cho k chạy từ 1 đến n rồi cộng các đẳng thức trên được kết quả $S=\frac{-n}{(n+1)(n+2)}$

Bài 81 . Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, tìm xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số bạn nam nhiều hơn số bạn nữ.

Lần 2 THPT Yên Lạc

Lời giải tham khảo

Số cách chọn 3 nhóm , mỗi nhóm gồm 4 bác sỹ làm 3 công việc khác nhau là:

+ Trong 12 người chọn 4 người có C_{12}^4

+ Trong 8 người còn lại chọn 4 người tiếp có C_8^4

+ Trong 4 người sau cùng chọn 4 người có C_4^4

Vậy không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^4C_8^4C_4^4$

Gọi A là biến cố : “Chọn 3 nhóm, mỗi nhóm có 4 bác sỹ trong đó có đúng 1 bác sỹ nữ”

+ Chọn 1 bác sỹ nữ trong 3 bác sỹ nữ có 3 cách chọn, sau đó chọn 3 bác sỹ nam trong 9 bác sỹ nam C_9^3 $\Rightarrow 3.C_9^3$ cách chọn

+ Còn lại 8 bác sỹ (6 bác sỹ nam và 2 bác sỹ nữ). Chọn 1 nữ trong 2 nữ có 2 cách chọn, rồi chọn 3 nam trong 6 bác sỹ nam có $C_6^3 \Rightarrow 2.C_6^3$ cách chọn

+ Cuối cùng còn lại 1 bác sỹ nữa và 3 bác sỹ nam có 1 cách chọn.

Suy ra $n(A) = 3C_9^3.2C_6^3.1$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3C_9^3.2C_6^3.1}{C_{12}^4 C_8^4 C_4^4} = \frac{16}{55}$

Bài 81 . Để tham gia hội thi "Khi tôi 18" do Huyện đoàn tổ chức vào ngày 26/03, Đoàn trường THPT Đoàn Thượng thành lập đội thi gồm có 10 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Từ đội thi, Đoàn trường chọn 5 học sinh để tham gia phần thi tài năng. Tính xác suất để 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Lần 2 THPT Đoàn Thượng

Lời giải tham khảo

Mỗi cách chọn là một tổ hợp chập 5 của 15 nên $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$

Số cách chọn là $n(A) = C_{10}^1 C_5^4 + C_{10}^2 C_5^3 + C_{10}^3 C_5^2 + C_{10}^4 C_5^1 = 2750$

Xác suất cần tìm là : $P = \frac{2750}{3003} = \frac{250}{273}$

Bài 82 . Trong kỳ thi THPT quốc gia, hai bạn Hạnh và Phúc đều đi thi môn tự chọn là Vật lý. Đề thi môn Vật lý có 8 mã đề khác nhau, được sắp xếp và phát cho các thí sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác xuất để mã đề môn Vật lý của Hạnh nhận được giống với mã đề môn Vật lý của Phúc nhận được.

Sở Vũng Tàu

Lời giải tham khảo

Vì Hạnh và Phúc đều có 8 cách nhận các mã đề, như nhau.

Nên số cách phát các mã đề thi cho 2 bạn là: $n(\Omega) = 8.8 = 64$ cách.

Gọi A là biến cố "Mã đề Hạnh nhận được giống với mã đề Phúc nhận được".

Với hai bạn nhận được mã đề giống nhau, nên chỉ có $n(A) = 8.1 = 8$.

Bài 83 . Cho đa giác đều 12 đỉnh, trong đó có 7 đỉnh tô màu đỏ và 5 đỉnh tô màu xanh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có các đỉnh là 3 trong 12 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác được chọn có 3 đỉnh cùng màu.

Sở Quảng Nam

Lời giải tham khảo

Bài 84 . Đội tuyển học sinh giỏi toán của một trường có 8 học sinh lớp 12 và 7 học sinh khối 11. Giáo viên cần chọn 5 em tham gia thi học sinh giỏi cấp tỉnh. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có cả học sinh khối 12 và khối 11.

Sở Lào Cai

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = C_{15}^5$

Gọi A là biến cố: " 8 học sinh chọn có cả khối 12 và 11"

Số phần tử của biến cố A: $|\Omega_A| = C_{15}^5 - C_8^5 - C_7^5$1. Xác suất: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{15}^5 - C_8^5 - C_7^5}{C_{15}^5} = \frac{38}{39}$.

Bài 85 . Ảo thuật gia DyNaMo trình diễn tiết mục đoán suy nghĩ. Anh yêu cầu một khán giả ghi ngẫu nhiên một dãy có 5 chữ số bất kỳ vào giấy. Ảo thuật gia sử dụng kĩ thuật điêu luyện và dự đoán rằng dãy số được ghi ra giấy là một số tự nhiên khác 0, chia hết cho 9 và là số chẵn. Tính xác suất để điều dự đoán trên là đúng.

Đà Nẵng

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu là số cách ghi ngẫu nhiên 1 dãy số có 5 chữ số được lập từ 10 số (0,1,…,9) $\Rightarrow |\Omega| = 10^5$

Gọi A là biến cố: " Dãy số được ghi lập thành một số tự nhiên khác 0 chia hết cho 9 và là số chẵn"

Xét cấp số cộng $u_1 = 18, u_n = 99990$ *có số hạng tổng quát* $u_n = 18 + (n-1)18$

$\Rightarrow n = 5555 \Rightarrow |\Omega_A| = 5555$. *Xác suất là* $P = \frac{5555}{10^5} = 0.05555$

Bài 86 . Tìm hệ số không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ với n là số tự nhiên thỏa mãn phương trình $A_n^2 + A_n^3 = 150$.

Đà Nẵng

Lời giải tham khảo

$A_n^2 + A_n^3 = 150 \Leftrightarrow n(n-1) + n(n-1)(n-2) = 150 \Leftrightarrow n = 6$

Số hạng tổng quát: $a_k = C_6^k (2x^2)^k \left(-\frac{3}{x}\right)^{6-k} \Rightarrow 2k + k - 6 = 0 \Leftrightarrow k = 2 \Rightarrow a_2 = 2^2 3^4 C_6^2$

Bài 87 . Một nhóm học sinh 12 thành viên trong đó có Nghị, Ngọc, Trân và Nhi. Nhóm tổ chức đi picnic bằng xe điện (mỗi xe chở được 2 người). Hỏi có bao nhiêu cách chia để Ngọc và Nhi đi cùng xe đồng thời Nghị và Trân đi khác xe biết rằng nhóm có 6 chiếc xe (các xe là giống nhau).

Đà Nẵng

Lời giải tham khảo

Số cách chia 12 người thành 6 nhóm sao cho Ngọc và Nhi chung 1 nhóm :

$$\frac{1.C_{10}^2.C_8^2.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{5!}=945 \text{ cách}$$

Số cách chia 12 người thành 6 nhóm sao cho Ngọc và Nhi chung 1 nhóm đồng thời Nghị và Trân chung nhóm : $\frac{1.1.C_8^2.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{4!}=105$

Vậy số cách chia thỏa yêu cầu là : $945-105=840$ cách

Bài 88 . Chọn ngẫu nhiên một số trong tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn ra là số chia hết cho 5 có chữ số hàng trăm là số lẻ.

Đà Nẵng

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu là số các số tự nhiên có 4 chữ số : $|\Omega|=9.10.10.10=9000$.

Gọi A là biến cố : ''Số được chọn là số chia hết cho 5 và có chữ số hàng trăm là số lẻ''. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$:

Chọn a : 9 cách ; chọn b : 5 cách ; chọn c : 10 cách ; chọn d : 2 cách

Số kết quả thuận lợi của A : $|\Omega_A|=9.5.10.2=900$. Vậy xác suất cần tìm là $P=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{900}{9000}=\frac{1}{10}$

Bài 89 . Tìm hệ số chứa x^2 trong khai triển nhị thức Newton của đa thức $P(x)=\left(x-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ $\left(x>0,n\in N^*\right)$ biết: $2A_n^2-C_n^2=n^2+5$.

Đà Nẵng

Lời giải tham khảo

. $2A_n^2-C_n^2=n^2+5\Leftrightarrow 2\frac{n!}{(n-2)!}-\frac{n!}{2!(n-2)!}=n^2+5\Leftrightarrow n=5$

Số hạng tổng quát: $C_5^k x^{5-k}.\left(-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k \Rightarrow k=2$. Hệ số $2^2C_5^2=40$

Bài 90 . Cho $P(x)=\left(x^2+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ $\left(x>0,n\in N^*\right)$, biết: $C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4096$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của đa thức trên.

Đà Nẵng

Lời giải tham khảo

Ta có: $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+...+C_n^nx^n\Rightarrow 2^n=C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n$

$\Leftrightarrow 2^n=4096\Rightarrow n=12\Rightarrow P(x)=\left(x^2+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{12}$

Số hạng tổng quát: $C_n^k\left(x^2\right)^{12-k}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^k=C_{12}^kx^{24-\frac{8}{3}k}$. Số hạng không chứa x tương ứng: $24-\frac{8}{3}k=0\Leftrightarrow k=9$. Vậy số hạng không chứa x là: C_{12}^9

Bài 91 . Từ các số thuộc tập $E=\{0,1,2,3,4,5,6\}$ lập một số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số hàng nghìn và chữ số hàng đơn vị có tổng bằng 5. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên thỏa yêu cầu?

Đà Nẵng

Lời giải tham khảo

Các cặp số có tổng bằng 5 : $\{0,5\},\{1,4\},\{2,3\}$.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$. Chọn các số có 4 chữ số khác nhau:

TH 1: hàng nghìn và hàng đơn vị là $\{1,4\},\{2,3\}$

Chọn cho a và d: $2!$ cách;

Chọn cho b và c: A_5^2 cách. Có $2.2!.A_5^2=80$ số

TH 2: hàng nghìn và hàng đơn vị là $\{0,5\}$

Chọn cho a và d: 1 cách; Chọn cho b và c: A_5^2. Có $1.A_5^2=20$ số

Vậy có $80+20=100$ số tự nhiên thỏa mãn.

Bài 92 . Bộ Giáo Dục tổ chức họp gồm 6 thành viên nam và 4 thành viên nữ với mục đích chọn ra ngẫu nhiên 5 người để soạn Đề Minh Họa 2016. Tính xác suất để trong 5 người được chọn ra số thành viên nữ phải ít hơn số thành viên nam.

Đà Nẵng

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu là số cách chọn ra 5 người trong 10 người: $|\Omega| = C_{10}^5$

Gọi A là biến cố: "5 người được chọn ra có nam nhiều hơn nữ"

TH1: 5 nam – 0 nữ: C_6^5

TH2: 4 nam – 1 nữ: $C_6^4 C_4^1$

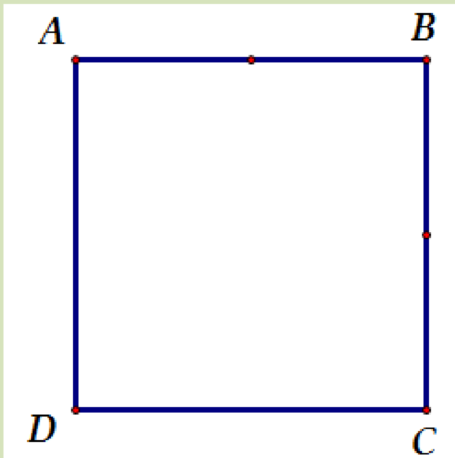
TH3: 3 nam – 2 nữ: $C_6^3 C_4^2$

Kết quả thuận lợi của biến cố A là: $|\Omega_A| = C_6^5 + C_6^4 C_4^1 + C_6^3 C_4^2$

Vậy $P = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_6^5 + C_6^4 C_4^1 + C_6^3 C_4^2}{C_{10}^5} = \frac{31}{42}$

Bài 93 . Một người có 7 cây bút màu khác nhau gồm đỏ, cam, vàng, lục, lam, chàm, tím,người này muốn tô màu cho các cạnh của một hình vuông. Hỏi có bao nhiêu cách tô màu cho bốn cạnh của hình vuông đó sao cho các cạnh kề nhau không được cùng màu

Lời giải tham khảo



Có hai trường hợp để phân chia cho bài toán này:

TH1: AB và CD khác màu

AB có 7 cách tô màu

BC có 6 cách tô màu

CD có 5 cách tô màu (vừa khác màu AB và BC)

AD có 5 cách tô màu (khác màu AB và CD và có thể trùng màu BC).

Theo quy tắc nhân, ta có $7.6.5.5 = 1050$ cách tô màu

TH2: AB và CD cùng màu.

AB và CD có 7 cách tô màu (tô cùng lúc)

BC có 6 cách tô màu (khác màu AB và CD)

AD có 6 cách tô màu (khác màu AB và CD)

Theo quy tắc nhân, ta có $7.6.6 = 252$ cách tô màu . **Theo quy tắc cộng, ta có** $252 + 1050 = 1302$ **cách tô màu**

Bài 94 . Thầy giáo có 7 quyển sách Toán, 8 quyển sách Vật Lí và 9 quyển sách Hóa Học (các quyển sách cùng loại là giống nhau) dùng để làm phần thưởng cho 12 học sinh, sao cho mỗi học sinh được 2 quyển sách khác loại. Trong số 12 học sinh đó có bạn An và bạn Bình. Tính xác suất để bạn An và bạn Bình có phần thưởng giống nhau.

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu là số cách chọn 2 phần thưởng trong số 12 phần thưởng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố "Bạn An và bạn Bình có phần thưởng giống nhau". Để tìm số phần tử của A, ta làm như sau:

Gọi x là cặp số gồm 2 quyển Toán và Vật Lí;

y là số cặp gồm 2 quyển Toán và Hóa Học;

z là số cặp gồm 2 quyển Vật Lí và Hóa Học.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=12 \\ x+y=7 \\ y+z=9 \\ z+x=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \\ z=5 \end{cases}$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_3^2 + C_4^2 + C_5^2$.

Vậy xác suất cần tính $P\left(A\right) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_3^2 + C_4^2 + C_5^2}{C_{12}^2} = \dfrac{19}{66}$.

Bài 95 . Trong một lớp có $2n+3$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $2n+3$, mỗi học sinh ngồi 1 ghế thì xác suất để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và số ghế của Chi là $\frac{12}{575}$. Tính số học sinh trong lớp

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu là số cách xếp $2n+3$ học sinh vào $2n+3$ vị trí.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = \left(2n+3\right)!$.

Gọi A là biến cố "Số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và Chi". Do số ghế là nguyên nên để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và số ghế của Chi thì số ghế

của An và Chi cùng chẵn hoặc cùng lẻ. Ta thấy $2n+3$ ghế thì sẽ có $n+1$ ghế mang số chẵn và $n+2$ ghế mang số lẻ. Cứ mỗi cách chọn vị trí cho An và Chi thì chỉ có duy nhất 1 cách chọn vị trí cho Bình.

- Số cách chọn vị trí cho An và Chi khi ghế chọn là số chẵn, có A_{n+1}^2 cách.
- Số cách chọn vị trí cho An và Chi khi ghế chọn là số lẻ, có A_{n+2}^2 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = \left[A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2\right]\ 2n\ !$.

Suy ra xác suất của biến cố A là $P\ \ A\ = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{\left[A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2\right]\ 2n\ !}{2n+3\ !}$.

Theo giả thiết, ta có $P\ \ A\ = \dfrac{12}{575} \Leftrightarrow \dfrac{2n^2+4n+2}{n+1\ \ 2n+2\ \ 2n+3} = \dfrac{12}{575} \Leftrightarrow n = 11$.

Vậy lớp học có tất cả $2.11+3=25$ học sinh.

Bài 96 . Một lớp học có 18 học sinh nam và 12 học sinh nữ . Cần chọn một ban chấp hành chi đoàn gồm có 3 người trong đó có một bí thư, một phó bí thư và một ủy viên. Tính xác suất để chọn được một ban chấp hành mà bí thư và phó bí thư không cùng giới tính.

Lần 3 Chuyên KHTN

Lời giải tham khảo

Không gian mẫu là $|\Omega| = A_{30}^3 = 24360$. Gọi A là biến cố " Bí thư và phó bí thư không cùng giới tính "

Suy ra : $|\Omega_A| = 18.12.28 + 12.18.28 = 12096 => P(A) = \dfrac{72}{145}$

Bài 97 . Nam và Hùng chơi bóng đá qua lưới, ai đá thành công nhiều hơn là người thắng cuộc. Nếu để vị trí bóng ở vị trí A thì xác suất đá thành công của Nam là 0,9 còn Hùng là 0,7; nếu để vị trí bóng ở vị trí B thì xác suất đá thành công của Nam là 0,7 còn Hùng là 0,8. Nam và Hùng mỗi người đều đá 1 quả ở vị trí A và 1 quả ở vị trí B. Tính xác suất để Nam thắng cuộc.

Lần 2 Chuyên ĐHV

Lời giải tham khảo

Gọi X là biến cố Nam thắng cuộc; $N_i (i=0,1,2)$ là biến cố Nam đá thành công i quả; $H_i (i=0,1,2)$ là biến cố Hùng đá thành công i quả

Khi đó: $X = (N_1 \cap H_0) \cup (N_2 \cap H_0) \cup (N_2 \cap H_1)$

Theo giả thiết ta có

$p(N_1 \cap H_0) = p(N_1).p(H_0) = (0,9.0,3 + 0,1.0,7)(0,3.0,2) = 0,0204$
$p(N_2 \cap H_0) = p(N_2).p(H_0) = (0,9.0,7)(0,3.0,2) = 0,0378$
$p(N_2 \cap H_1) = p(N_2).p(H_1) = (0,9.0,7)(0,7.0,2 + 0,3.0,8) = 0,2394$

Suy ra $p(X) = 0,0204 + 0,0378 + 0,2394 = 0,2976$

Bài 98 . Để chào mừng 26/3, trường tổ chức cắm trại. Lớp 10A có 19 học sinh nam, 16 học sinh nữ. Giáo viên cần chọn 5 học sinh để trang trí trại. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ, biết rằng học sinh nào trong lớp cũng có khả năng trang trí trại.

Chuyên Biên Hòa

Lời giải tham khảo

Gọi A là biến vố: "trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ"

$n(\Omega) = C_{35}^5$

Số cách chọn 5 học sinh trong đó có ít nhất 1 học sinh nữ là $n(A) = C_{35}^5 - C_{19}^5$

Vậy xác suất để 5 học sinh trong đó có ít nhất 1 học sinh nữ là $p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} \approx 0,96$

Bài 99 . Giải U21 Quốc tế báo Thanh Niên – Cúp Clear Men 2015 quy tụ 6 đội bóng gồm: ĐKVĐ U21 HA.GL, U21 Singapore, U21 Thái Lan, U21 Báo Thanh niên Việt Nam, U21 Myanmar và U19 Hàn Quốc. Các đội chia thành 2 bảng A, B, mỗi bảng 3 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội tuyển U21 HA.GL và U21 Thái Lan nằm ở hai bảng khác nhau.

Chuyên Nguyễn Quang Diệu

Lời giải tham khảo

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_6^3 C_3^3 = 20$.

Gọi A là biến cố: "đội tuyển U21 HA.GL và U21 Thái Lan nằm ở hai bảng khác nhau". Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = 2!C_4^2 C_2^2 = 12$

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$.

Bài 100 . Một lớp học có 28 học sinh trong đó có 15 học sinh nam và 13 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh tham gia Hội trại chào mừng ngày thành lập đoàn 26/3. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 3 học sinh nam.

Chuyên Sơn La

Lời giải tham khảo

Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ 28 học sinh của lớp, số cách chọn: $|\Omega| = C_{28}^5$

A là biến cố: Có ít nhất 3 học sinh nam.
Có ba khả năng:

Số cách chọn 3 nam và 2 nữ: $C_{15}^3.C_{13}^2$

Số cách chọn 4 nam và 1 nữ: $C_{15}^4.C_{13}^1$

Số cách chọn cả 5 học sinh nam: C_{15}^5

$$P(A) = \frac{C_{15}^3.C_{13}^2 + C_{15}^4.C_{13}^1 + C_{15}^5}{C_{28}^5} = \frac{103}{180}$$

Bài 101 . Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

Lần 2 Chuyên Nguyễn Huệ

Lời giải tham khảo

Có 10 đường kính của đường tròn được nối bởi 2 đỉnh của đa giác đều.

Một hình chữ nhật có 4 đỉnh là đỉnh của một đa giác được tạo bởi 2 đường kính nói trên.

Số cách chọn 4 đỉnh của đa giác là: $C_{20}^4 = 4845$.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{45}{4845} = \frac{3}{323}$

Bài 102 . Một đoàn tàu có ba toa trở khách đỗ ở sân ga. Biết rằng mỗi toa có ít nhất 4 chỗ trống. Có 4 vị khách từ sân ga lên tàu, mỗi người độc lập với nhau, chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 trong 3 toa có 3 trong 4 vị khách nói trên.

Lần 1 Chuyên Nguyễn Huệ

Lời giải tham khảo

Vì mỗi vị khách có 3 lựa chọn lên một trong ba toa tàu. Suy ra số cách để 4 vị khách lên tàu là: $3^4 = 81$.

Số cách chọn 3 vị khách trong 4 vị khách ngồi một toa là: $C_4^3 = 4$.

Số cách chọn một toa trong ba toa là: $C_3^1 = 3$.

Vị khách còn lại có 2 cách chọn lên 2 toa còn lại.

Suy ra có $2.3.4 = 24$ cách để một trong ba toa có 3 trong 4 vị khách.

Vậy xác suất để một trong ba toa có 3 trong 4 vị khách là: P $= \frac{24}{81} = \frac{8}{27}$.